

## Esercizio n.7

Calcolare il valore delle seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze e lasciando i risultati sotto forma di potenza:

$$[(5^2)^3 \times 5^4] : [5^5 \times 5^2];$$

$$[(3^3)^9 : 3^6] : [3^8 \times 3^4];$$

$$\{[(4^3)^2 : (4^3 \times 4^2)]\}^5 \times [(4^2)^2 \times (4^0)^2].$$

## Svolgimento

Per poter svolgere l'esercizio occorre ricordare ed applicare le [proprietà delle potenze](#).

Vediamo come applicare queste regole agli esempi proposti.

Per prima cosa eseguiamo la **potenza di una potenza**. Essa è uguale ad una potenza che ha per **base la stessa base (5)** e per **esponente il prodotto degli esponenti (2x3)**.

$$\left[ (5^2)^3 \times 5^4 \right] : [5^5 \times 5^2] = [5^{2 \times 3} \times 5^4] : [5^5 \times 5^2] =$$

Ora eseguiamo i due **prodotti di due potenze aventi la stessa base**.  
Il prodotto di due potenze aventi la stessa base è una potenza avente per **base la stessa base** e per **esponente la somma degli esponenti**.

$$= [5^6 \times 5^4] : [5^5 \times 5^2] = [5^{6+4}] : [5^{5+2}] =$$

Infine eseguiamo il **quoziente** delle **due potenze aventi la stessa base**.

Il quoziente di due potenze aventi la stessa base è una potenza che ha per **base la stessa base** (5) e per **esponente la differenza degli esponenti** (10-7).

$$= [5^{10}] : [5^7] = 5^{10-7} = 5^3$$

Passiamo alla seconda espressione.

Per prima cosa eseguiamo la **potenza di una potenza**. Essa è uguale ad una potenza che ha per **base la stessa base** (3) e per **esponente il prodotto degli esponenti** (3x9).

$$[(3^3)^9] : 3^6 : [3^8 \times 3^4] =$$

Ora eseguiamo il **quoziente** delle **due potenze aventi la stessa base**.

Il quoziente di due potenze aventi la stessa base è una potenza che ha per **base la stessa base** (3) e per **esponente la differenza degli esponenti** (27-6).

$$= [3^{27} : 3^6] : [3^8 \times 3^4] = 3^{27-6} : [3^8 \times 3^4] =$$

Ora eseguiamo il **prodotto di due potenze aventi la stessa base**.

Il prodotto di due potenze aventi la stessa base è una potenza avente per **base la stessa base (3)** e per **esponente la somma degli esponenti (8+4)**.

$$= 3^{21} \cdot [3^8 \times 3^4] = 3^{21} : 3^{8+4} =$$

Eseguiamo il **quoziente delle due potenze aventi la stessa base**.

Il quoziente di due potenze aventi la stessa base è una potenza che ha per **base la stessa base (3)** e per **esponente la differenza degli esponenti (19-12)**.

$$= 3^{21} : 3^{12} = 3^{21-12} = 3^9$$

Concludiamo con l'ultima espressione.

$$\left\{ (4^3)^2 : (4^3 \times 4^2) \right\}^5 \times \left[ (4^2)^2 \times (4^0)^2 \right] =$$

Partiamo dalla **potenza di una potenza**. Essa è uguale ad una potenza che ha per **base la stessa base (4)** e per **esponente il prodotto degli esponenti (3x2)**.

$$\left\{ (4^3)^2 : (4^3 \times 4^2) \right\}^5 \times \left[ (4^2)^2 \times (4^0)^2 \right] =$$

$$\left\{ 4^{3 \times 2} : (4^3 \times 4^2) \right\}^5 \times \left[ (4^2)^2 \times (4^0)^2 \right] =$$

Ora eseguiamo il **prodotto delle due potenze aventi la stessa base**.

Il prodotto di due potenze aventi la stessa base è una potenza avente per **base la stessa base** (4) e per **esponente la somma degli esponenti** (3+2).

$$= \left\{ 4^6 : (4^3 \times 4^2) \right\}^5 \times \left[ (4^2)^2 \times (4^0)^2 \right] =$$

$$= \left\{ 4^6 : 4^{3+2} \right\}^5 \times \left[ (4^2)^2 \times (4^0)^2 \right] =$$

Eseguiamo il **quoziente delle due potenze aventi la stessa base**.

Il quoziente di due potenze aventi la stessa base è una potenza che ha per **base la stessa base** (3) e per **esponente la differenza degli esponenti** (19-12).

$$= \left\{ 4^6 : 4^5 \right\}^5 \times \left[ (4^2)^2 \times (4^0)^2 \right] =$$

$$= \left\{ 4^{6-5} \right\}^5 \times \left[ (4^2)^2 \times (4^0)^2 \right] =$$

$$= \left\{ 4^1 \right\}^5 \times \left[ (4^2)^2 \times (4^0)^2 \right] =$$

Partiamo dalla **potenza di una potenza**. Essa è uguale ad una potenza che ha per **base la stessa base (4)** e per **esponente il prodotto degli esponenti (1x5)**.

$$= \{[4]\}^5 \times \left[ (4^2)^2 \times (4^0)^2 \right] =$$
$$= 4^{1 \times 5} \times \left[ (4^2)^2 \times (4^0)^2 \right] =$$

Partiamo dalla **potenza di una potenza**. Essa è uguale ad una potenza che ha per **base la stessa base (4)** e per **esponente il prodotto degli esponenti (2x2)**.

$$= 4^5 \times \left[ (4^2)^2 \times (4^0)^2 \right] =$$
$$= 4^5 \times \left[ 4^{2 \times 2} \times (4^0)^2 \right] =$$

Abbiamo ancora una **potenza di una potenza**. Essa è uguale ad una potenza che ha per **base la stessa base (4)** e per **esponente il prodotto degli esponenti (0x2)**.

$$= 4^5 \times \left[ 4^4 \times (4^0)^2 \right] =$$
$$= 4^5 \times \left[ 4^4 \times 4^{0 \times 2} \right] =$$
$$= 4^5 \times \left[ 4^4 \times 4^0 \right] =$$

Ora eseguiamo il **prodotto delle due potenze aventi la stessa base**.  
Il prodotto di due potenze aventi la stessa base è una potenza avente per **base la stessa base** (4) e per **esponente la somma degli esponenti** (4+0).

$$= 4^5 \times [4^4 \times 4^0] =$$

$$= 4^5 \times [4^{4+0}] =$$

$$= 4^5 \times 4^4 =$$

Ora eseguiamo l'ultimo **prodotto delle due potenze aventi la stessa base**.

Il prodotto di due potenze aventi la stessa base è una potenza avente per **base la stessa base** (4) e per **esponente la somma degli esponenti** (5+4).

$$= 4^{5+4} = 4^9$$