

Esercizio 12

Scrivere l'equazione della parabola, avente asse di simmetria verticale, e passante per il punto:

$$A(1;3)$$

e avente il vertice

$$V\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right).$$

In questo caso dobbiamo scrivere l'equazione della parabola, ma conosciamo solamente un punto per il quale passa la parabola. Per poter scrivere l'equazione della parabola noi abbiamo bisogno di impostare un sistema con 3 equazioni, dato che le incognite sono tre. Abbiamo per! le coordinate del vertice.

Poich" la parabola deve avere asse di simmetria verticale, la sua equazione sar# del tipo\$

$$y = ax^2 + bx + c.$$

Iniziamo col sostituire nell'equazione generale della parabola, le coordinate del punto A\$

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + bx + c \\3 &= a \cdot (1) + b \cdot (1) + c \\3 &= a + b + c\end{aligned}$$

abbiamo ottenuto la prima equazione.

Poich" la parabola passa anche per il vertice possiamo sostituire, all'equazione generale della parabola, le coordinate del vertice e avremo\$

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + bx + c \\ \frac{3}{4} &= a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + b \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + c \\ \frac{3}{4} &= \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b + c\end{aligned}$$

&ra ci manca una terza equazione. % tal 'ine basta ricordare che l'ascissa del vertice (data da

$$-\frac{b}{2a}$$

) el nostro caso, poich"

$$V\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$$

possiamo scrivere

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}$$

Il nostro sistema, quindi, (il seguente

$$\begin{cases} 3 = a + b + c \\ \frac{3}{4} = \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b + c \\ -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

*all'ultima equazione troviamo il valore di **b** e lo sostituiamo nelle altre due equazioni

$$\begin{cases} 3 = a + b + c \\ \frac{3}{4} = \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b + c \\ -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 3 = a + b + c \\ \frac{3}{4} = \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b + c \\ \frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 3 = a + b + c \\ \frac{3}{4} = \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b + c \\ 2a \cdot \frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \cdot 2a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 = a + b + c \\ \frac{3}{4} = \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}b + c \\ b = a \end{cases} \quad \begin{cases} 3 = a + a + c \\ \frac{3}{4} = \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}a + c \\ b = a \end{cases}$$

* alla prima equazione ricaviamo il valore di **a** che sostituiamo nella seconda equazione

$$\begin{cases} 3 = 2a + c \\ \frac{3}{4} = \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}a + c \\ b = a \end{cases} \quad \begin{cases} -2a = c - 3 \\ \frac{3}{4} = \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}a + c \\ b = a \end{cases} \quad \begin{cases} 2a = -c + 3 \\ \frac{3}{4} = \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}a + c \\ b = a \end{cases} \quad \begin{cases} a = -\frac{1}{2}c + \frac{3}{2} \\ \frac{3}{4} = \frac{1}{4}a - \frac{1}{2}a + c \\ b = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{2}c + \frac{3}{2} \\ \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}c + \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}c + \frac{3}{2}\right) + c \\ b = a \end{cases} \quad \begin{cases} a = -\frac{1}{2}c + \frac{3}{2} \\ \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}c + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}c - \frac{3}{4} + c \\ b = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{2}c + \frac{3}{2} \\ , = -\frac{1}{4}c + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}c - \frac{3}{4} + c - \frac{3}{4} \\ b = a \end{cases} \quad \begin{cases} a = -\frac{1}{2}c + \frac{3}{2} \\ , = \frac{-1+2++}{+}c + \frac{3---}{+} \\ b = a \end{cases} \quad \begin{cases} a = -\frac{1}{2}c + \frac{3}{2} \\ , = \frac{\dot{-}}{+}c - \frac{\dot{-}}{+} \\ b = a \end{cases}$$

* alla seconda equazione ricaviamo il valore di c e lo sostituiamo nella prima equazione

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{2}c + \frac{3}{2} \\ -\frac{\dot{-}}{+}c = -\frac{\dot{-}}{+} \\ b = a \end{cases} \quad \begin{cases} a = -\frac{1}{2}c + \frac{3}{2} \\ \frac{\dot{-}}{+}c = \frac{\dot{-}}{+} \\ b = a \end{cases} \quad \begin{cases} a = -\frac{1}{2}c + \frac{3}{2} \\ \frac{+}{\dot{-}} \cdot \frac{\dot{-}}{+}c = \frac{\dot{-}}{+} \cdot \frac{+}{\dot{-}} \\ b = a \end{cases} \quad \begin{cases} a = -\frac{1}{2}c + \frac{3}{2} \\ c = 1 \\ b = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{3}{2} \\ c = 1 \\ b = a \end{cases} \quad \begin{cases} a = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \\ c = 1 \\ b = a \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{2}{2} \\ c = 1 \\ b = a \end{cases} \quad \begin{cases} a = 1 \\ c = 1 \\ b = a \end{cases}$$

) ell'ultima equazione sostituiamo il valore di a

$$\begin{cases} a = 1 \\ c = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Quindi la nostra parabola ha la seguente equazione

$$y = x^2 + x + 1$$

Il grafico della parabola (il seguente)

