Esercizio 11

Scrivere l'equazione della parabola, avente asse di simmetria orizzontale, e passante per i punti:

$$A(4;-1)$$
$$B(2;1)$$
$$C(4;2).$$

Inoltre, determinare il vertice, l'asse di simmetria, il fuoco e la direttrice della parabola.

Il testo ci chiede, per prima cosa, di scrivere l'equazione di una parabola con asse di simmetria orizzontale.

Questo significa che l'equazione della parabola sar del tipo!

$$x = ay^2 + by + c\,.$$

"er poter scrivere l'equazione di una parabola conoscendo solamente le coordinate di alcuni punti per i quali essa passa, # necessario avere almeno $ punti noti! cosa che noi abbiamo.

%i& # dovuto al fatto che dobbiamo trovare i valori di ***a***, ***b***, ***c***! quindi abbiamo $ incognite. "er trovarle dobbiamo impostare un sistema di $ equazioni in tre incognite.

'e un punto appartiene ad una parabola, le sue coordinate ne verificano l'equazione! quindi, la parabola passante per ***A*** la otteniamo sostituendo, nell'equazione generale della parabola, alla ***x*** il valore di ***4*** e alla ***y*** il valore di ***-1***.

$$\begin{aligned} x &= ay^2 + by + c \\ 4 &= a \cdot)-1(^2 + b \cdot (-1) + c \\ 4 &= a - b + c \end{aligned}$$

*acciamo la stessa cosa con il punto ***B***! sostituiamo, nell'equazione generale della parabola, alla ***x*** il valore di ***2*** e alla ***y*** il valore di ***1***.

$$\begin{aligned} x &= ay^2 + by + c \\ 2 &= a \cdot)1(^2 + b \cdot (1) + c \\ 2 &= a + b + c \end{aligned}$$

%ontinuiamo con il punto C! sostituiamo, nell'equazione generale della parabola, alla x il valore di 4 e alla y il valore di 2.

$$x = ay^2 + by + c$$
$$4 = a \cdot)2(^2 + b \cdot (2) + c$$
$$4 = 4a + 2b + c$$

+bbiamo cos, ottenuto le tre equazioni da mettere a sistema per trovare i valori di a, b, c.

$$\begin{cases} 4 = a - b + c \\ 2 = a + b + c \\ 4 = 4a + 2b + c \end{cases}$$

- alla prima equazione troviamo il valore di a e lo sostituiamo nelle altre due equazioni!

$$\begin{cases} -a = -b + c - 4 \\ 2 = a + b + c \\ 4 = 4a + 2b + c \end{cases} \quad \begin{cases} a = b - c + 4 \\ 2 = b - c + 4 + b + c \\ 4 = 4 \cdot (b - c + 4) + 2b + c \end{cases} \quad \begin{cases} a = b - c + 4 \\ 2 = 2b + 4 \\ 4 = 4b - 4c + 1. + 2b + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = b - c + 4 \\ 2 = 2b + 4 \\ 4 = .b - \$c + 1. \end{cases}$$

/ roviamo, nella seconda equazione il valore di b e lo sostituiamo nelle altre due equazione!

$$\begin{cases} a = b - c + 4 \\ -2b = +4 - 2 \\ 4 = .b - \$c + 1. \end{cases} \quad \begin{cases} a = b - c + 4 \\ -2b = 2 \\ 4 = .b - \$c + 1. \end{cases} \quad \begin{cases} a = b - c + 4 \\ 2b = -2 \\ 4 = .b - \$c + 1. \end{cases} \quad \begin{cases} a = b - c + 4 \\ b = -1 \\ 4 = .b - \$c + 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -1 - c + 4 \\ b = -1 \\ 4 = . \cdot (-1) - \$c + 1. \end{cases} \quad \begin{cases} a = -c + \$ \\ b = -1 \\ 4 = -. - \$c + 1. \end{cases} \quad \begin{cases} a = -c + \$ \\ b = -1 \\ 4 = -\$c + 10 \end{cases}$$

/roviamo, nell'ultima equazione il valore di ***c*** e lo sostituiamo nelle altre due equazioni!

$$\begin{cases} a=-c+\$ \\ b=-1 \\ \$c=10-4 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-c+\$ \\ b=-1 \\ \$c=\ . \end{cases} \quad \begin{cases} a=-c+\$ \\ b=-1 \\ c=2 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-2+\$ \\ b=-1 \\ c=2 \end{cases} \quad \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=2 \end{cases}$$

+bbiamo trovato i valori ***a***, ***b***, ***c***. Quindi possiamo scrivere l'equazione della nostra parabola che #!

$$x = y^2 - y + 2$$

1ra ci viene chiesto di determinare il vertice, l'asse di simmetria, il fuoco e la direttrice.

"artiamo dal **VERTICE**. 2icordiamo che le formule da applicare sono quelle relative alla parabola con asse di simmetria orizzontale.

$$V\left(-\frac{\Delta}{4a};-\frac{b}{2a}\right)$$
$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4\cdot(1)\cdot(2) = 1-4 = -3$$
$$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{-3}{4\cdot 1} = \frac{3}{4}$$
$$-\frac{b}{2a=} - \frac{-1}{2\cdot(1)} = \frac{1}{2}$$
$$V\left(\frac{3}{4};\frac{1}{2}\right)$$

5'**ASSE DI SIMMETRIA** #!

$$y = -\frac{b}{2a}$$
$$y = \frac{1}{2}$$

"assiamo al **FUOCO**!

$$F\left(\frac{1-\Delta}{4a};-\frac{b}{2a}\right)$$
$$\frac{1-\Delta}{4a} = \frac{1+3}{4\cdot(1)} = \frac{4}{4} = 2$$
$$F\left(2;\frac{1}{2}\right)$$

%oncludiamo con la **DIRETTRICE**!

$$x = -\frac{1+\Delta}{4a} = -\frac{1-3}{4\cdot(1)} = -\frac{-\ .}{4} = +\frac{\$}{2}$$

$$x = \frac{\$}{2}$$

6cco il grafico della parabola!