

Esercizio 9

Scrivere l'equazione della parabola, avente asse di simmetria verticale, e passante per i punti:

$$A(0;5)$$

$$B(1;4)$$

$$C(-1;8).$$

Inoltre, determinare il vertice e l'asse di simmetria della parabola.

Il testo ci chiede, per prima cosa, di scrivere l'equazione di una parabola con asse di simmetria verticale.

Questo significa che l'equazione della parabola sarà del tipo

$$y = ax^2 + bx + c.$$

Per poter scrivere l'equazione di una parabola conoscendo solamente le coordinate di alcuni punti per i quali essa passa, è necessario avere almeno 3 punti noti, cosa che noi abbiamo.

(i) e dovuto al fatto che dobbiamo trovare i valori di a , b , c quindi abbiamo 3 incognite. Per trovarle dobbiamo impostare un sistema di 3 equazioni in tre incognite.

Se un punto appartiene ad una parabola, le sue coordinate ne verificano l'equazione; quindi, la parabola passante per A la otteniamo sostituendo, nell'equazione generale della parabola, alla x il valore di 0 e alla y il valore di 5 .

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$5 = a \cdot (0)^2 + b \cdot (0) + c$$

$$5 = c$$

Facciamo la stessa cosa con il punto B : sostituiamo, nell'equazione generale della parabola, alla x il valore di 1 e alla y il valore di 4 .

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$4 = a \cdot (1)^2 + b \cdot (1) + c$$

$$4 = a + b + c$$

Continuiamo con il punto C sostituendo, nell'equazione generale della parabola, alla x il valore di -1 e alla y il valore di 8 .

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$8 = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c$$

$$8 = a - b + c$$

Abbiamo così ottenuto le tre equazioni da mettere a sistema per trovare i valori di a , b , c .

$$\begin{cases} 5 = c \\ 4 = a + b + c \\ 8 = a - b + c \end{cases}$$

Dalla prima equazione abbiamo il valore di c e lo sostituiamo nelle altre due equazioni

$$\begin{cases} 5 = c \\ 4 = a + b + 5 \\ 8 = a - b + 5 \end{cases}$$

Proviamo, nella seconda equazione il valore di b e lo sostituiamo nella terza equazione

$$\begin{cases} 5 = c \\ -b = a + 5 - 4 \\ 8 = a - b + 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 5 = c \\ -b = a + 1 \\ 8 = a - b + 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 5 = c \\ b = -a - 1 \\ 8 = a - 1 - a - 10 + 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 5 = c \\ b = -a - 1 \\ 8 = a + a + 1 + 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5 = c \\ b = -a - 1 \\ 8 = a + 2 \end{cases}$$

Proviamo, nell'ultima equazione il valore di a e lo sostituiamo nella seconda equazione

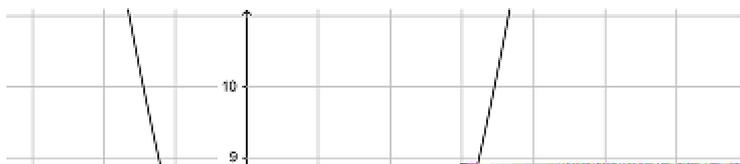
$$\begin{cases} 5 = c \\ b = -a - 1 \\ -a = 2 - 8 \end{cases} \quad \begin{cases} 5 = c \\ b = -a - 1 \\ -a = -6 \end{cases} \quad \begin{cases} 5 = c \\ b = -a - 1 \\ a = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} 5 = c \\ b = -a - 1 \\ a = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5 = c \\ b = -1 - 1 \\ a = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 5 = c \\ b = -2 \\ a = 1 \end{cases}$$

, abbiamo trovato i valori a, b, c . Quindi possiamo scrivere l'equazione della nostra parabola che è

$$y = x^2 - 2x + 5$$

, andiamo, quindi, a disegnare la nostra parabola



$$V\left(-\frac{b}{a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

$$-\frac{b}{a} = -\frac{-5}{1} = -\frac{-5}{1} = +5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (5) = 25 - 20 = 5$$

$$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{5}{4 \cdot (1)} = -\frac{5}{4} = -1.25$$

$$V(5; -1.25)$$

3' ASSE DI SIMMETRIA

$$x = -\frac{b}{a} = 5$$

4 portiamo sul grafico anche il vertice e l'asse di simmetria. 5 notiamo che il vertice non è altro che il punto **B**

