

Esercizio 7

Rappresentare in un piano cartesiano la parabola

$$y = x^2 - 3x + 2.$$

Quindi determinare il fuoco e la direttrice della parabola.

In questo caso la parabola non ha il vertice nell'origine degli assi. Infatti la sua equazione è del tipo:

$$y = ax^2 + bx + c.$$

Poiché l'equazione è del tipo:

$$y = ax^2 + bx + c$$

l'**ASSE DI SIMMETRIA** è **VERTICALE** (altrimenti avremmo avuto un'equazione del tipo $x = ay^2 + by + c$).

Stabiliamo, ora, l'**EQUAZIONE DELL'ASSE DI SIMMETRIA**.

Essa, nel caso di parabola, con asse di simmetria verticale è data da:

$$x = -\frac{b}{2a}.$$

Nel nostro caso avremo:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{2 \cdot 1} = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2}.$$

Ora dobbiamo stabilire la **CONCAVITA'**: per fare ciò osserviamo il coefficiente **a**. Nel nostro caso abbiamo:

$$a = 1$$

quindi

$$a > 0.$$

Quindi la concavità è rivolta verso l'alto.

Determiniamo le coordinate del **VERTICE**. Esse sono:

$$V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right).$$

Sappiamo già che

$$-\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}.$$

Ora troviamo

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1 \\ -\frac{\Delta}{4a} &= -\frac{1}{4 \cdot 1} = -\frac{1}{4}\end{aligned}$$

Quindi:

$$V\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right).$$

Ora determiniamo le coordinate del punto di **INTERSEZIONE CON L'ASSE delle y**. Esso è il punto di coordinate **0** e **c**, che nel nostro caso è **+2**. Tali valori si ottengono mettendo a sistema l'equazione della parabola con l'equazione dell'asse delle **y**, ovvero **x = 0**. Omettiamo di risolvere il sistema e diciamo che il punto di intersezione con l'asse delle **y** è

$$A(0;2).$$

Ora determiniamo se vi sono dei punti di **INTERSEZIONE CON L'ASSE delle x**. Dato che il **DELTA** precedentemente trovato è positivo, possiamo già dire che la parabola ha due intersezioni con l'asse delle **y**. Ora cerchiamo le coordinate di tali punti. Mettiamo a sistema l'equazione della parabola con l'equazione dell'asse delle **x**, ovvero **y = 0**.

$$\begin{cases} y = x^2 - 3x + 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Applichiamo il metodo del confronto e scriviamo:

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+3 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x_1 = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

I due punti cercati sono

$$!(1;0)$$

$$(2;0).$$

Andiamo, quindi, a disegnare la nostra parabola:

$$\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a} \right)$$

$$\left(\frac{3}{2}; \frac{1-1}{4 \cdot 1} \right)$$

$$\left(\frac{3}{2}; 0 \right)$$

Mentre la direttrice è:

$$y = -\frac{1+\Delta}{4a} = -\frac{1+1}{4 \cdot 1} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}$$

Riportiamo sul grafico anche il fuoco e la direttrice:

