# Esercizio 6

*Rappresentare in un piano cartesiano la parabola*

$$y = 2x^2 + x + 1 .$$

In questo caso la parabola non ha il vertice nell'origine degli assi. Infatti la sua equazione è del tipo:

$$y = ax^2 + bx + c .$$

Per disegnare la parabola, in questo caso, occorre:

- stabilire se l'ASSE DI SIMMETRIA è VERTICALE o ORIZZONTALE e determinarne l'EQUAZIONE;
- stabilire la CONCAVITA': in altre parole, se l'asse di simmetria è verticale, stabilire se la concavità è verso l'alto o verso il basso, mentre se l'asse di simmetria è orizzontale stabilire se la concavità è verso destra o verso sinistra;
- determinare le coordinate del VERTICE;
- determinare le coordinate del punto di INTERSEZIONE CON L'ASSE delle y;
- determinare se vi sono dei punti di INTERSEZIONE CON L'ASSE delle x e, in caso affermativo, trovarne le coordinate.

Iniziamo con lo stabilire se l'ASSE DI SIMMETRIA è VERTICALE o ORIZZONTALE.
Poiché l'equazione è del tipo:

$$y = ax^2 + bx + c$$

l'asse di simmetria è verticale (*altrimenti avremmo avuto un'equazione del tipo* $x = ay^2 + by + c$).

Stabiliamo, ora, l'EQUAZIONE DELL'ASSE DI SIMMETRIA.

Essa, nel caso di parabola, con asse di simmetria verticale è data da:

$$x = -\frac{b}{2a}.$$

Nel nostro caso avremo:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2 \cdot 2} = -\frac{1}{4}$$

Ora dobbiamo stabilire la CONCAVITA': per fare ciò osserviamo il coefficiente a. Nel nostro caso abbiamo:

$$a = 2$$

quindi

$$a > 0.$$

Quindi la concavità è rivolta verso l'alto.

Determiniamo le coordinate del VERTICE. Esse sono:

$$V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right).$$

Sappiamo già che

$$-\frac{b}{2a} = -\frac{1}{4}.$$

Ora troviamo

$$\begin{aligned} &\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1 - 8 = -7 \\ &-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{-7}{4 \cdot 2} = -\frac{-7}{8} = \frac{7}{8} \end{aligned}.$$

Quindi:

$$V\left(-\frac{1}{4};\frac{7}{8}\right).$$

Ora determiniamo le coordinate del punto di INTERSEZIONE CON L'ASSE delle y. Esso è il punto di coordinate 0 e c. Tali valori si ottengono mettendo a sistema l'equazione della parabola con l'equazione dell'asse delle y, ovvero x = 0.

$$\begin{cases} y = 2x^2 + x + 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

Sostituiamo nella prima equazione il valore della x e otteniamo:

$$\begin{cases} y = 2 \cdot 0 + 0 + 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 0 + 0 + 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

La parabola interseca l'asse delle y nel punto

$$A(0;1).$$

Ora determiniamo se vi sono dei punti di INTERSEZIONE CON L'ASSE delle x. In realtà, dato che il DELTA precedentemente trovato è negativo, possiamo già dire che non vi sono intersezioni con l'asse delle y. Tuttavia mostriamo comunque il procedimento da seguire. Mettiamo a sistema l'equazione della parabola con l'equazione dell'asse delle x, ovvero y = 0.

$$\begin{cases} y = 2x^2 + x + 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

Applichiamo il metodo del confronto e scriviamo:

$$2x^2 + x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{-7}}{2 \cdot 2}$$

L'equazione non ha soluzioni. Quindi la parabola non ha intersezioni con l'asse delle x.

Per disegnare la parabola non ci è sufficiente sapere il suo vertice e l'intersezione con l'asse delle .

Determiniamo, allora, altri due punti per i quali passa la parabola:

| x | y |
|---|---|
| 1 | 4 |
| 2 | 11 |

Disegniamo, ora, la nostra parabola: