

Esercizio n.51

Calcolare il valore della seguente espressione:

$$\left[\left(+\frac{1}{2} \right)^4 \right]^{-3} \left[\left(-\frac{1}{2} \right)^4 \right]^3 + \left[\left(-\frac{1}{2} \right)^{-4} \right]^3 \left[\left(-\frac{1}{2} \right)^{-4} \right]^{-3}$$

Svolgimento

Per poter svolgere l'esercizio occorre ricordare che in una espressione con parentesi, prima si eseguono le **parentesi tonde**, poi quelle **quadre** ed infine quelle **graffe** secondo il seguente ordine: prima si svolgono le **potenze**, poi le **moltiplicazioni** e le **divisioni** ed infine **somme e sottrazioni**.

Inoltre è utile ricordare le proprietà delle potenze, in particolare:

- la **potenza di potenza** che è una potenza che ha per **base la stessa base** e per **esponente il prodotto degli esponenti**;
- il **prodotto** tra due o **più potenze** aventi gli **stessi esponenti** è uguale ad una potenza che ha per **base il prodotto delle basi** e per esponente lo **stesso esponente**.

Infine occorre sapere che una **potenza con esponente negativo** equivale ad una potenza che ha per base l'**inverso della base** e per esponente lo **stesso esponente ma positivo**.

Vediamo come applicare queste regole al caso in esame:

$$\left[\left(+\frac{1}{2} \right)^4 \right]^{-3} \left[\left(-\frac{1}{2} \right)^4 \right]^3 + \left[\left(-\frac{1}{2} \right)^{-4} \right]^3 \left[\left(-\frac{1}{2} \right)^{-4} \right]^{-3} =$$

Risolviamo la **potenza di potenza**. Essa è una potenza che ha per **base la stessa base** e per **esponente il prodotto degli esponenti**.

$$= \left(+\frac{1}{2} \right)^{(4)(-3)} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^{(4)(3)} + \left(-\frac{1}{2} \right)^{(-4)(3)} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right)^{(-4)(-3)} =$$

$$= \left(+\frac{1}{2}\right)^{(-12)} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{(12)} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{(-12)} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{(12)} =$$

Trasformiamo le frazioni con esponente negativo in potenze con esponente positivo ricordando che una **frazione ad esponente negativo** è uguale al suo **reciproco** elevato allo stesso **esponente**, ma **positivo**.

$$= (+2)^{(12)} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{(12)} + (-2)^{(12)} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{(12)} =$$

Ci troviamo di fronte a due prodotti di due potenze aventi base diversa e lo stesso esponente.
Il **prodotto** tra due o **più potenze** aventi gli **stessi esponenti** è uguale ad una potenza che ha per **base il prodotto delle basi** e per esponente lo **stesso esponente**.

$$= \left[(+2) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \right]^{12} + \left[(-2) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \right]^{12} =$$

Eseguiamo il prodotto indicato nella parentesi quadra **semplificando** il primo fattore (2) col denominatore del secondo fattore (2) e dividendo entrambi per 2.

Eseguiamo il prodotto indicato nella parentesi quadra **semplificando** il primo fattore (-2) col denominatore del secondo fattore (2) e dividendo entrambi per 2.

$$= [(+1) \cdot (-1)]^{12} + [(-1) \cdot (-1)]^{12} =$$

Eseguiamo il **prodotto** indicato nella parentesi quadra.

Eseguiamo il **prodotto** indicato nella parentesi quadra.

$$= [-1]^{12} + [+1]^{12} = +1 + 1 = 2$$

Eleviamo a **potenza**.

Eleviamo a **potenza**.

Eseguiamo la **somma**.